Realice los cálculos $10^4 = I$ *Cambiar a la forma exponencial.*

$$10{,}000 = I$$

Responda Por lo tanto, un terremoto que mide 4 grados es 10,000 veces más intenso respecto de la actividad sísmica más pequeña que se puede medir.

b)

$$5 = \log_{10} I$$

$$10^5 = I \quad \textit{Cambiar a la forma exponencial.}$$

$$100{,}000 = I$$

Como (10,000)(10) = 100,000, un terremoto que mide 5 es 10 veces más intenso que un terremoto que mide 4.

Ahora resuelva el ejercicio 113

CONJUNTO DE EJERCICIOS 9.3

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. Considere la función logarítmica $y = \log_a x$.
   a) ¿Qué restricciones hay sobre a?
   b) ¿Cuál es el dominio de la función?
   c) ¿Cuál es el rango de la función?
2. Escriba $y = \log_a x$ en forma exponencial.
3. Si algunos puntos en la gráfica de la función exponencial, $f(x) = a^x$ son $\left(-3, \frac{1}{27}\right), \left(-2, \frac{1}{9}\right), \left(-1, \frac{1}{3}\right)$, (0, 1), (1, 3), (2, 9) y (3, 27), liste algunos puntos de la gráfica de la función logarítmica $g(x) = \log_a x$. Explique cómo determinó su respuesta.
4. Para la función logarítmica $y = \log_a (x - 3)$, ¿qué debe cumplirse respecto de x? Explique.
5. Analice la relación entre las gráficas de $y = a^x$ y $y = \log_a x$ para $a > 0$ y $a \neq 1$.
6. ¿Cuál es la intersección con el eje x de la gráfica de una ecuación de la forma $y = \log_a x$?

Práctica de habilidades

Grafique las funciones logarítmicas.

7. $y = \log_2 x$
8. $y = \log_3 x$
9. $y = \log_{1/2} x$
10. $y = \log_{1/3} x$
11. $y = \log_5 x$
12. $y = \log_4 x$
13. $y = \log_{1/5} x$
14. $y = \log_{1/4} x$

Grafique cada par de funciones en los mismos ejes.

15. $y = 2^x, y = \log_{1/2} x$
16. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \log_2 x$
17. $y = 2^x, y = \log_2 x$
18. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \log_{1/2} x$

Escriba cada ecuación en forma logarítmica.

19. $2^3 = 8$
20. $3^5 = 243$
21. $3^2 = 9$
22. $2^6 = 64$
23. $16^{1/2} = 4$
24. $49^{1/2} = 7$
25. $8^{1/3} = 2$
26. $16^{1/4} = 2$
27. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$
28. $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$
29. $2^{-3} = \frac{1}{8}$
30. $6^{-3} = \frac{1}{216}$
31. $4^{-3} = \frac{1}{64}$
32. $81^{1/2} = 9$
33. $64^{1/3} = 4$
34. $5^{-4} = \frac{1}{625}$
35. $8^{-1/3} = \frac{1}{2}$
36. $16^{-1/2} = \frac{1}{4}$
37. $81^{-1/4} = \frac{1}{3}$
38. $32^{-1/5} = \frac{1}{2}$
39. $10^{0.8451} = 7$
40. $10^{1.0792} = 12$
41. $e^2 = 7.3891$
42. $e^{-1/2} = 0.6065$
43. $a^n = b$
44. $c^b = w$

Escriba cada ecuación en forma exponencial.

45. $\log_2 8 = 3$

46. $\log_5 125 = 3$

47. $\log_{1/3} \frac{1}{27} = 3$

48. $\log_{1/2} \frac{1}{64} = 6$

49. $\log_5 \frac{1}{25} = -2$

50. $\log_5 \frac{1}{625} = -4$

51. $\log_{49} 7 = \frac{1}{2}$

52. $\log_{64} 4 = \frac{1}{3}$

53. $\log_9 \frac{1}{81} = -2$

54. $\log_{10} \frac{1}{100} = -2$

55. $\log_{10} \frac{1}{1000} = -3$

56. $\log_{10} 1000 = 3$

57. $\log_6 216 = 3$

58. $\log_4 1024 = 5$

59. $\log_{10} 0.62 = -0.2076$

60. $\log_{10} 8 = 0.9031$

61. $\log_e 6.52 = 1.8749$

62. $\log_e 30 = 3.4012$

63. $\log_w s = -p$

64. $\log_r c = -a$

Escriba cada ecuación en forma exponencial; luego determine el valor desconocido.

65. $\log_4 64 = y$

66. $\log_5 25 = y$

67. $\log_a 125 = 3$

68. $\log_a 81 = 4$

69. $\log_3 x = 3$

70. $\log_2 x = 5$

71. $\log_2 \frac{1}{16} = y$

72. $\log_8 \frac{1}{64} = y$

73. $\log_{1/2} x = 6$

74. $\log_{1/3} x = 4$

75. $\log_a \frac{1}{27} = -3$

76. $\log_9 \frac{1}{81} = y$

Evalúe cada una de las siguientes expresiones.

77. $\log_{10} 1$

78. $\log_{10} 10$

79. $\log_{10} 100$

80. $\log_{10} 1000$

81. $\log_{10} \frac{1}{100}$

82. $\log_{10} \frac{1}{1000}$

83. $\log_{10} 10{,}000$

84. $\log_{10} 100{,}000$

85. $\log_4 256$

86. $\log_{13} 169$

87. $\log_3 \frac{1}{81}$

88. $\log_5 \frac{1}{125}$

89. $\log_8 \frac{1}{64}$

90. $\log_{14} \frac{1}{14}$

91. $\log_9 1$

92. $\log_{15} 1$

93. $\log_9 9$

94. $\log_{12} 12$

95. $\log_4 1024$

96. $\log_2 128$

Resolución de problemas

97. Si $f(x) = 5^x$, ¿cuál es el valor de $f^{-1}(x)$?

98. Si $f(x) = \log_6 x$, ¿cuál es el valor de $f^{-1}(x)$?

99. ¿Entre cuáles enteros debe estar $\log_3 62$? Explique.

100. ¿Entre cuáles enteros debe estar $\log_{10} 0.672$? Explique.

101. ¿Entre cuáles enteros debe estar $\log_{10} 425$? Explique.

102. ¿Entre cuáles enteros debe estar $\log_5 0.3256$? Explique.

103. En el caso de $x > 1$, ¿qué valor aumenta más rápido conforme x se incrementa, 2^x o $\log_{10} x$? Explique.

104. En el caso de $x > 1$, ¿qué valor aumenta más rápido conforme x se incrementa, x o $\log_{10} x$? Explique.

Cambie a la forma exponencial y despeje x. En la sección 9.4 analizaremos las reglas para resolver problemas como éstos.

105. $x = \log_{10} 10^6$

106. $x = \log_7 7^9$

107. $x = \log_b b^8$

108. $x = \log_e e^5$

Cambie a la forma logarítmica y despeje x. En la sección 9.4 analizaremos las reglas para resolver problemas como éstos.

109. $x = 10^{\log_{10} 3}$

110. $x = 6^{\log_6 5}$

111. $x = b^{\log_b 9}$

112. $x = c^{\log_c 2}$

113. **Terremoto** Si la magnitud de un terremoto es de 7 grados en la escala Richter, ¿cuántas veces es más intenso respecto de la actividad sísmica más pequeña que puede medirse? Utilice $R = \log_{10} I$ (vea el ejemplo 6).

114. **Terremoto** Si la magnitud de un terremoto es de 5 grados en la escala Richter, ¿cuántas veces es más intenso respecto de la actividad sísmica más pequeña que puede medirse? Utilice $R = \log_{10} I$.

115. **Terremoto** ¿Cuántas veces es más intenso un terremoto que mide 6 grados en la escala Richter que uno que mide 2?

116. **Terremoto** ¿Cuántas veces es más intenso un terremoto que mide 4 grados en la escala Richter que uno que mide 1?

117. Grafique $y = \log_2 (x - 1)$.

118. Grafique $y = \log_3 (x - 2)$.

Ejercicios de repaso acumulativo

[5.4–5.7] *Factorice.*

119. $2x^3 - 6x^2 - 36x$
120. $x^4 - 16$
121. $40x^2 + 52x - 12$
122. $6r^2s^2 + rs - 1$

9.4 Propiedades de los logaritmos

1. Utilizar la regla del producto para logaritmos.
2. Utilizar la regla del cociente para logaritmos.
3. Utilizar la regla de la potencia para logaritmos.
4. Utilizar propiedades adicionales de los logaritmos.

1 Utilizar la regla del producto para logaritmos

Al determinar el logaritmo de una expresión, a ésta se le denomina **argumento** del logaritmo. Por ejemplo, en $\log_{10} 3$, el 3 es el argumento; en $\log_{10}(2x + 4)$, el $(2x + 4)$ es el argumento. Cuando el argumento contiene una variable, suponemos que representa un valor positivo. *Recuerde que sólo existen logaritmos de números positivos.*

Para poder realizar cálculos mediante logaritmos, primero hay que entender sus propiedades. La primera de estas propiedades que estudiaremos es la regla del producto para logaritmos.

Regla del producto para logaritmos

Para números reales positivos, x, y y a, $a \neq 1$,

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y \qquad \textbf{Propiedad 1}$$

Esta regla nos dice que el logaritmo del producto de dos factores es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

Para demostrar esta propiedad, determinemos $\log_a x = m$ y $\log_a y = n$. Recuerde que los logaritmos son exponentes. A continuación escribimos cada logaritmo en forma exponencial.

$$\log_a x = m \text{ significa } a^m = x$$
$$\log_a y = n \text{ significa } a^n = y$$

Al sustituir y usar las reglas de los exponentes, vemos que

$$xy = a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ahora podemos convertir $xy = a^{m+n}$ a la forma logarítmica.

$$xy = a^{m+n} \text{ significa } \log_a xy = m + n$$

Por último, al sustituir m por $\log_a x$ y n por $\log_a y$, obtenemos

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

que es la propiedad 1.

Ejemplos de la propiedad 1

$$\log_3(6 \cdot 7) = \log_3 6 + \log_3 7$$
$$\log_4 3z = \log_4 3 + \log_4 z$$
$$\log_8 x^2 = \log_8(x \cdot x) = \log_8 x + \log_8 x \quad \text{o} \quad 2\log_8 x$$

La propiedad 1, la regla del producto, puede extenderse a tres o más factores, por ejemplo, $\log_a xyz = \log_a x + \log_a y + \log_a z$.

2 Utilizar la regla del cociente para logaritmos

Analicemos ahora la regla del cociente para logaritmos, a la que haremos referencia como propiedad 2.

Regla del cociente para logaritmos

Para números reales positivos x, y y a, $a \neq 1$,

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \qquad \textbf{Propiedad 2}$$